**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**

**ΔΕΥΤΕΡΑ 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Έστω f μια συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Αν F είναι μια παράγουσα της f στο Δ, τότε να αποδείξετε ότι:

**-** όλες οι συναρτήσεις της μορφής

G(x) = F(x) + c ,

όπου , είναι παράγουσες της f στο Δ και

**-** κάθε άλλη παράγουσα G της f στο Δ παίρνει τη μορφή

G(x) =F(x) + c ,

με  .

**Μονάδες 7**

**Α2.** Να διατυπώσετε το θεώρημα του Fermat.

**Μονάδες 4**

**Α3.** Πότε η ευθεία x =x0 λέγεται κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f;

**Μονάδες 4**

**Α4.** *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

**α)** Αν 

**β)** Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο [0,1], παραγωγίσιμη στο (0,1) και , για όλα τα , τότε .

**γ)** Η συνάρτηση f(x)=σφx είναι παραγωγίσιμη στο και ισχύει .

**δ)** Ισχύει ότι .

**ε)** Αν τότε κατ’ ανάγκη θα είναι για κάθε , για κάθε .

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  με τύπο  και η συνάρτηση  με τύπο .

**Β1.** Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση .

**Β2.** Αν , να αποδείξετε ότι η συνάρτηση h είναι "1-1" (μονάδες 3) και να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση h-1 της h (μονάδες 6).

**Μονάδες 9**

**Β3.** Έστω 

Θεωρούμε τη συνάρτηση: .

(i) Να αποδείξετε ότι για τη συνάρτηση φ ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος ενδιάμεσων τιμών στο [0,1] (μονάδες 6)

(ii) Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον τέτοιο ώστε **,** όπου (μονάδες 4)

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση , η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Δίνεται ακόμα ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο και για την παράγωγο f’ της f ισχύει ότι:

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι:

**Γ2.** Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της f σε σημείο  **,** η οποία τέμνει τον άξονα y΄y στο -2.

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Έστω y = 2x- 2 η εξίσωση της ευθείας (ε) του ερωτήματος Γ2. Ένα σημείο M(x,y) με x > 2 κινείται κατά μήκος της ευθείας (ε). Έστω ακόμα Ε το εμβαδόν του τριγώνου ΜΚΓ, όπου Κ είναι η προβολή του σημείου Μ στον άξονα x’x και Γ είναι το σημείο με συντεταγμένες (2,0). Τη χρονική στιγμή t0 κατά την οποία το σημείο M διέρχεται από το σημείο Β(3,4) ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του σημείου M είναι 2 μονάδες ανά δευτερόλεπτο. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού Ε τη χρονική στιγμή t0 .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Να υπολογίσετε το όριο .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  με τύπο: 

**Δ1. i)** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) = 0 έχει ακριβώς δύο ρίζες x1 ,x2 **,** με  . (μονάδες 6)

**ii)** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι κυρτή. (μονάδες 2)

**Μονάδες 8**

Στα παρακάτω ερωτήματα, x1 και x2 είναι οι ρίζες που αναφέρονται στο ερώτημα Δ1.

**Δ2.** Αν E είναι το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και τον άξονα x’x **,** να αποδείξετε ότι:



**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι: 

**Δ4.** Να εξετάσετε αν η εξίσωση:  έχει λύση.

**Μονάδες 6**