

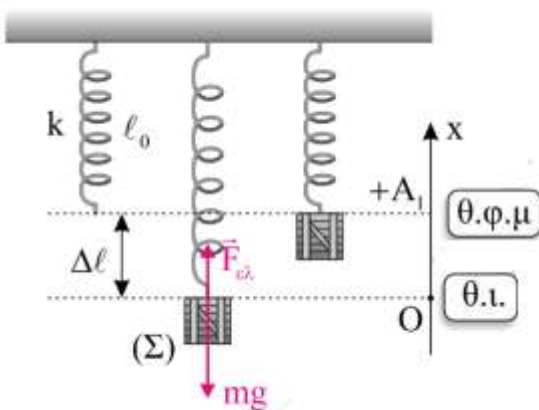
(Ενδεικτικές απαντήσεις)

**ΘΕΜΑ Α**

- A1 → γ
- A2 → δ
- A3 → γ
- A4 → β
- A5.
- α → Λ
- β → Σ
- γ. → Λ
- δ. → Σ
- ε. → Σ

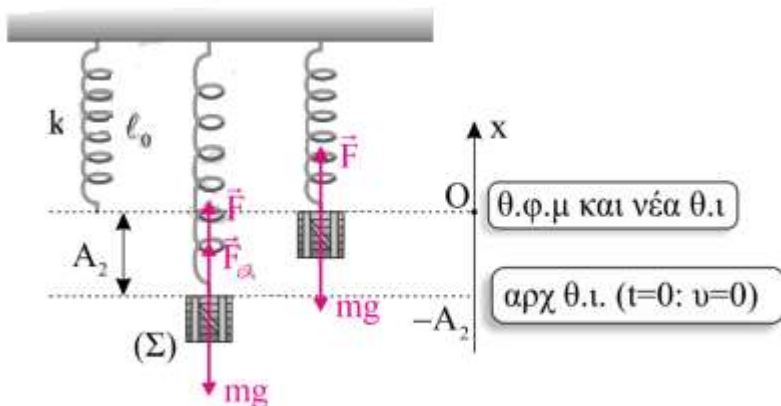
**ΘΕΜΑ Β**

- B1. → i



$$m \cdot g = K \cdot \Delta \ell_0 \Rightarrow \Delta \ell_0 = \frac{m \cdot g}{K}$$

Στο ΦΜ έχει  $v = 0$  άρα είναι ακραία άρα  $A_1 = \Delta \ell_0$ .



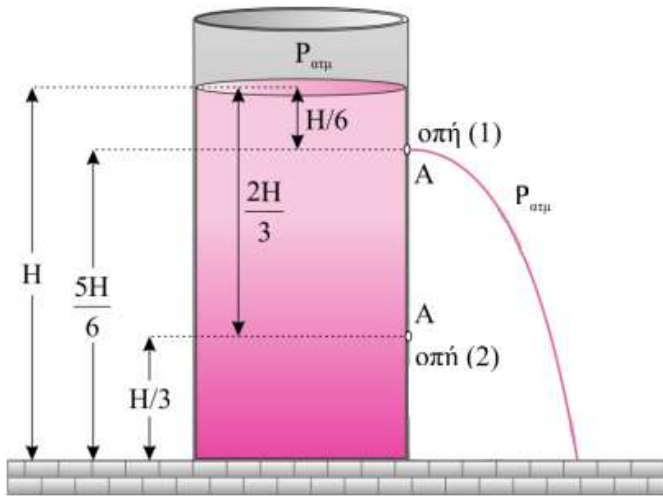
Στη  $\theta.1_1$  ασκείται η  $F$  προς τα πάνω και αυτή η θέση θα είναι ακραία αφού  $v = 0$ .

Η  $\theta.1_2$  είναι το ΦΜ αφού εκεί είναι  $\Sigma F = 0$  άρα  $A_2 = \Delta \ell_0$ .

- B2. → ii

Το σημείο 1 βρίσκεται σε βάθος:  $H - 3 \frac{H}{6} = \frac{H}{6}$

Το σημείο 2 βρίσκεται σε βάθος:  $H - \frac{H}{3} = \frac{2H}{3}$



Για την οπή 1:  $u_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{H}{6}}$  άρα  $\Pi_1 = A \cdot u_1 \Rightarrow \Pi_1 = A \sqrt{2g \frac{H}{6}}$  οπότε ο όγκος του υγρού στο δοχείο είναι:

$$V = \Pi_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow V = A \sqrt{g \frac{H}{3}} \cdot \Delta t_1 \quad (1)$$

Για την οπή 2:  $u_2 = \sqrt{2g \cdot 2 \frac{H}{3}} \Rightarrow \Pi_2 = A \cdot u_2 \Rightarrow \Pi_2 = A \sqrt{4g \frac{H}{3}}$  οπότε ο όγκος του υγρού στο δοχείο είναι:

$$V = \Pi_1 \cdot \Delta t_2 + \Pi_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow V = \left( A \cdot \sqrt{g \frac{H}{3}} + A \sqrt{4g \frac{H}{3}} \right) \cdot \Delta t_2 \Rightarrow V = 3A \sqrt{g \frac{H}{3}} \cdot \Delta t_2 \quad (2)$$

$$\text{Από (1), (2)} \Rightarrow A \sqrt{\frac{gH}{3}} \cdot \Delta t_1 = 3A \sqrt{\frac{gH}{3}} \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_1 = 3\Delta t_2 \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3}}$$

B3.  $\rightarrow$  iii

Για την ορμή πριν  $p_1 = m_1 \cdot u_1$  και μετά  $p_1' = m_1 \cdot u_1'$  δίνεται, οπότε προκύπτει:  $\frac{m_1 \cdot u_1}{5} = m_1 \cdot u_1' \Rightarrow u_1' = \frac{u_1}{5} \quad (1)$

Η κρούση είναι κεντρική ελαστική άρα για την  $u_1'$  ισχύει:

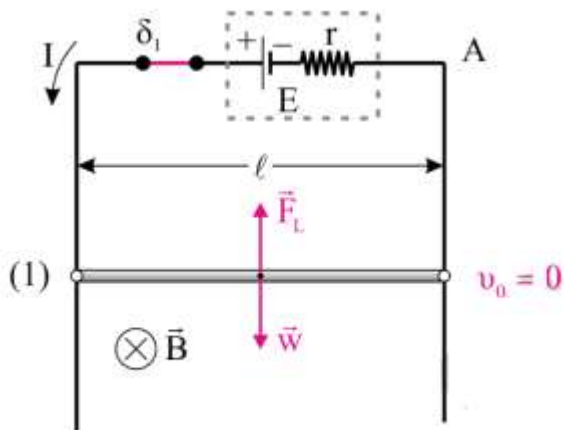
$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \Rightarrow \frac{1}{5} u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow 5m_1 - 5m_2 = m_1 + m_2 \Rightarrow 4m_1 = 6m_2 \Rightarrow m_1 = \frac{3}{2} m_2 \quad (2)$$

Για το ποσοστό και λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις 1 & 2, προκύπτει:

$$\Pi = \frac{K_2'}{K_1} \cdot 100 \Rightarrow \Pi = \frac{\frac{1}{2} m_2 \cdot u_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2} \cdot 100 \Rightarrow \Pi = \frac{m_2 \cdot \frac{36}{25} \cdot u_1^2}{\frac{3}{2} m_2 \cdot u_1^2} \cdot 100 \Rightarrow \Pi = \frac{2 \cdot 36^{12}}{3 \cdot 25} \cdot 100 \Rightarrow \Pi = \frac{24}{25} \cdot 100 \Rightarrow \boxed{\Pi = 96\%}$$

ΘΕΜΑ Γ

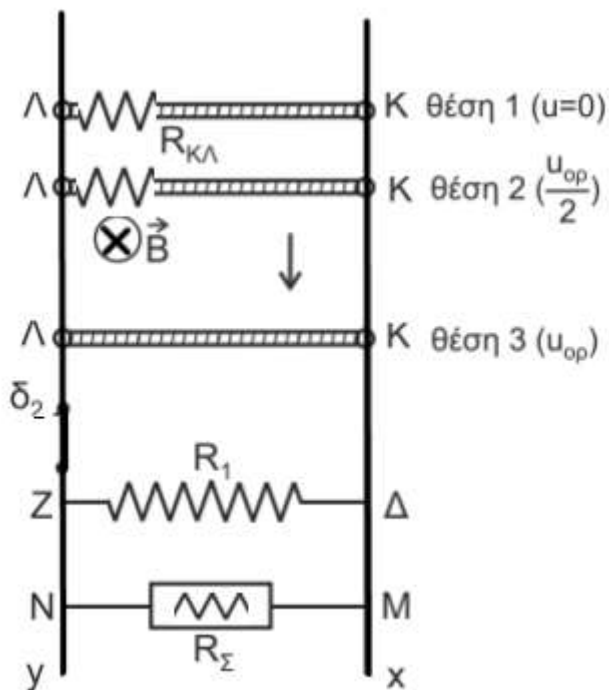
Γ1.



Αφού ο ΚΛ ισορροπεί είναι  $\sum \vec{F}_y = 0$  (1) άρα η φορά της  $\vec{F}_L$  προς τα πάνω. Σύμφωνα με κανόνα δεξιού χεριού το  $\vec{B}$  έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα (προς τα μέσα).

$$\text{Από (1)} \Rightarrow \vec{F}_L + \vec{W} = 0 \Rightarrow B \cdot I \cdot \ell - m \cdot g = 0 \Rightarrow B \frac{E}{R_{\text{ολ}}} \cdot \ell = m \cdot g \Rightarrow B \frac{9}{3} \cdot 1 = 3 \Rightarrow \boxed{B = 1\text{T}}$$

Γ2.



Είδος κίνησης:  $\sum F = m \cdot \vec{a} \Rightarrow W - F_L = m \cdot \alpha \Rightarrow mg - B \cdot \frac{B \cdot u \cdot \ell}{R_{\text{ολ}}} \cdot \ell = m \cdot \alpha$ , άρα αφού η  $u \uparrow$  τότε η  $\alpha \downarrow$  (επιταχυνόμενη με φθίνοντα ρυθμό)

- Οι ισοδύναμες αντιστάσεις:

$$R_{1,\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_\Sigma}{R_1 + R_\Sigma} \Rightarrow R_{1,\Sigma} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

$$R_{\text{ολ}} = R_{1,\Sigma} + R_{\text{ΚΛ}} = 2 + 25 = 4\Omega$$

- Από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας της  $\Sigma$

$$P = \frac{V^2}{R_{\Sigma}} \Rightarrow 6 = \frac{6^2}{R_{\Sigma}} \Rightarrow R_{\Sigma} = 6\Omega, I_{K(\Sigma)} = \frac{V}{R_{\Sigma}} = \frac{6}{6} = 1A$$

- Στη θέση που αποκτά οριακή ταχύτητα:

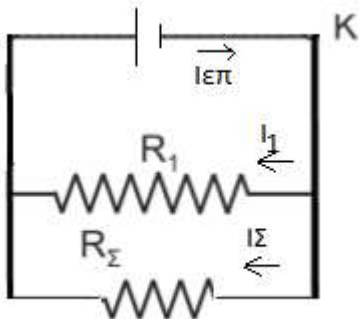
$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{F}_L + \vec{W} = 0 \Rightarrow B \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot \ell = m \cdot g \Rightarrow B \frac{B v_{op} 1}{R_{O\Lambda}} \cdot \ell = m \cdot g \Rightarrow \frac{1 \cdot 1 \cdot v_{op} \cdot 1 \cdot 1}{4} = 3 \Rightarrow v_{op} = 12 \frac{m}{s}$$

Γ3. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στον αγωγό:

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = W - F_L' \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = m \cdot g - B \cdot I_{\varepsilon\pi}' \cdot \ell \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = m \cdot g - B \frac{B \cdot v_{op} \cdot \ell}{R_{O\Lambda}} \cdot \ell \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = 3 - 1 \cdot \frac{1 \cdot 6 \cdot 1}{2} \cdot 1 \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = 3 - \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{3}{2} \text{ Kg} \frac{m}{s^2}}$$

Γ4. Από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας βρήκαμε:  $I_K = 1A$



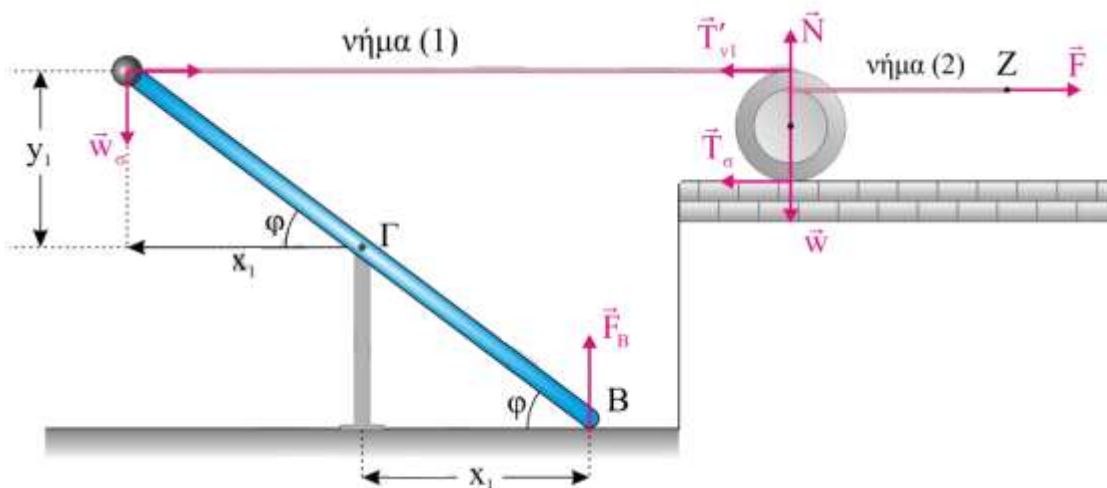
$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{B \cdot v_{op} \cdot \ell}{R_{O\Lambda}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{1 \cdot 12 \cdot 1}{4} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 3A$$

- $V_{R_1} = V_{R_{\Sigma}} \Rightarrow I_1 \cdot R_1 = I_{\Sigma} \cdot R_{\Sigma} \Rightarrow I_1 \cdot 3 = I_{\Sigma} \cdot 6 \Rightarrow I_1 = 2I_{\Sigma}$
- $I_{\varepsilon\pi} = I_1 + I_{\Sigma} \Rightarrow 3 = 3I_{\Sigma} \Rightarrow I_{\Sigma} = 1A$

Άρα λειτουργεί κανονικά.

**ΘΕΜΑ Δ**

Δ1.

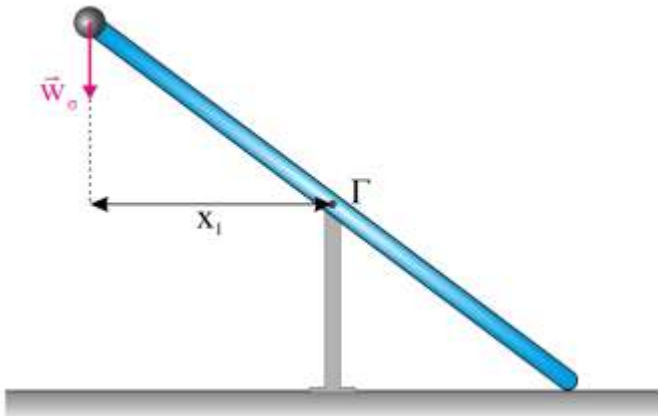


$$\vec{\Sigma}\tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_{(T)} + \vec{\tau}_{(N_B)} + \vec{\tau}_{w_z} = 0 \Rightarrow +\tau_{(N_B)} - \tau_{(T)} + \tau_{w_z} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_B \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + m \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = T \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_B \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,6 = 10,5 \cdot 0,8 \Rightarrow N_B \cdot 0,6 = 8,4 - 6 \Rightarrow \boxed{N_B = 4N}$$

Δ2. Ροπή αδράνειας συστήματος



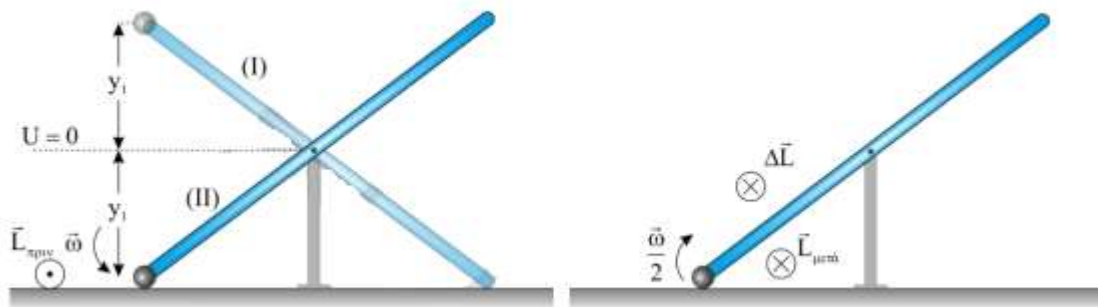
$$\bullet I_{(\Gamma)} = \frac{M \cdot L^2}{12} + m \cdot \frac{\ell^2}{4} \Rightarrow I_{(\Gamma)} = \frac{3 \cdot 4}{12} + \frac{1 \cdot 4}{4} \Rightarrow I_{(\Gamma)} = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

• Στο σύστημα:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(\Gamma)} = I_{(\Gamma)} \cdot \vec{\alpha}_\gamma \Rightarrow m \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = I_{(\Gamma)} \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow 10 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0,6 = 2 \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow \alpha_\gamma = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Άρα στη ράβδο: } \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \Sigma\vec{\tau} \Rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = I_\rho \cdot \alpha_\gamma = 1 \cdot 3 = 3 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Δ3.



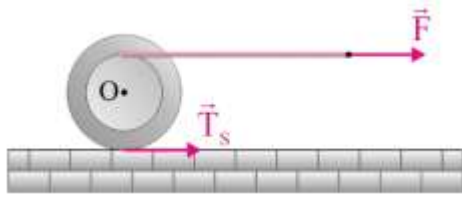
$$\Theta\text{ΜΚΕ: } \frac{1}{2} I_{(\Gamma)} \cdot \omega^2 - 0 = +m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} I_{(\Gamma)} \cdot \omega^2 = m \cdot g \cdot \ell \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \omega^2 = 1 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0,8 \Rightarrow \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

πριν ·  $\vec{\omega}$  άρα  $\vec{L}_{\pi\rho\iota\nu}$  ·

μετά x  $\vec{\omega}'$  άρα  $\vec{L}_{\pi\rho\iota\nu}$  x  $\Delta\vec{L}$

$$\Delta\vec{L} = \vec{L}_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} - \vec{L}_{\pi\rho\iota\nu} \xrightarrow{x} \Delta L = I \cdot \omega' + I \cdot \omega \Rightarrow \Delta L = I \cdot \frac{\omega}{2} + I \cdot \omega \Rightarrow \Delta L = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 4 \Rightarrow \Delta L = +12 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Δ4.



Έστω η  $T_{\sigma}$  προς τα δεξιά:

$$\sum \vec{\tau}_{(cm)} = I_{cm} \cdot \vec{\alpha}_{\gamma} \Rightarrow F \cdot r - T_{\sigma} \cdot R = \frac{1}{2} M_T \cdot R^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R}$$

$$\Rightarrow 12 \cdot 0,3 - T_{\sigma} \cdot 0,4 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 0,4 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{12} \cdot 3 - 4T_{\sigma} = \cancel{4} \cdot \frac{7}{2} \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow 9 - T_{\sigma} = 3,5\alpha_{cm} \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_x = M_T \cdot \vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow 12 + T_{\sigma} = 7 \cdot \alpha_{cm} \quad (2)$$

$$1 + 2 \Rightarrow 21 = 10,5\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2 \text{ m/s}^2$$

Δ5. Την  $t_1=2\text{s}$  το στερεό έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta X_{cm} = \frac{1}{2} \alpha_{cm} \cdot \Delta t^2 \Rightarrow \Delta X_{cm} = 4\text{m}$

Άρα το άκρο του νήματος έχει μετατοπιστεί κατά:

$$\Delta X_N = \Delta X_{cm} + \Delta S \Rightarrow \Delta X_N = \Delta X_{cm} + \Delta \Theta r \quad \frac{\Delta x_{cm} = \Delta \Theta \cdot R}{\Delta \Theta = \frac{\Delta X_{cm}}{R}}$$

$$\Delta X_N = \Delta X_{cm} + \Delta X_{cm} \cdot \frac{r}{R} \Rightarrow \Delta X_N = 4 + 4 \frac{0,3}{0,4} \Rightarrow \Delta X_N = 7\text{m}$$

Άρα,  $W_F = F \cdot \Delta X_N = 12\text{N} \cdot 7\text{m} \Rightarrow W_F = 84\text{J}$ .