ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σελίδα 28

Α2. Σελίδα 87

Α3.

α. ΛΑΘΟΣ

β. ΣΩΣΤΟ

γ. ΛΑΘΟΣ

Α4.

α. $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$

β. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} t_i}{v} = \dfrac{5+10+15+20+25}{5} = \dfrac{75}{5} = 15$

$R = t_{max} - t_{min} = 25 - 5 = 20$

Β2. $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{5}\left(t_i - \overline{x}\right)^2}{v} = \dfrac{(5-15)^2 + (10-15)^2 + (15-15)^2 + (20-15)^2 + (25-15)^2}{v} = \dfrac{250}{5} = 50$

Β3. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$CV = \dfrac{s}{|\overline{x}|} = \dfrac{5\sqrt{2}}{15} = \dfrac{\sqrt{2}}{3} \cong 0,47$

Εφόσον CV≥0,1 το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με $f'(x)=3x^2-18x+\alpha$

Εφόσον ο ρυθμός μεταβολής της f για x=1 είναι ίσος με 0 ισχύει: $f'(1)=0$,
Επομένως

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + \alpha = 0 \Leftrightarrow 3 - 18 + \alpha = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -15 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 15$$

Γ2. $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15, f'(2) = -9, f(2) = 3$

$\lambda = f'(2) = -9$ η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής y=λx+β, αφού λ=-9 επομένως

$\varepsilon: y = -9x + \beta$

το M(2,f(2)) το οποίο ανήκει στην ευθεία την επαληθεύει επομένως $3 = -9 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 21$

άρα η ευθεία που προκύπτει είναι η $\varepsilon: y = -9x + 21$

Γ3. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$

$f'(x)=3x^2-18x+15$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-18x+15=0 \Leftrightarrow 3\left(x^2-6x+5\right)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3(x-5)(x-1)=0 \Leftrightarrow x=5$ ή $x=1$

x	$-\infty$ 1	5	$+\infty$
f′	+	-	+
f	↗	↘	↗

Για $x\in(-\infty,1]$ η f είναι γνησίως αύξουσα
Για x∈[1,5] η f είναι γνησίως φθίνουσα
Για $x\in[5,+\infty)$ η f είναι γνησίως αύξουσα
Για x=1 η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο το f(1)=1−9+15+1=8
Για x=5 η παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο το
$f(5)=5^3-9\cdot5^2+15\cdot5+1=125-225+75+1=-24$

Γ4. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f'(x)}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^2-18x+15}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3(x-5)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3(x-5)}{x+1}=\dfrac{-12}{2}=-6$

ΘΕΜΑ Δ

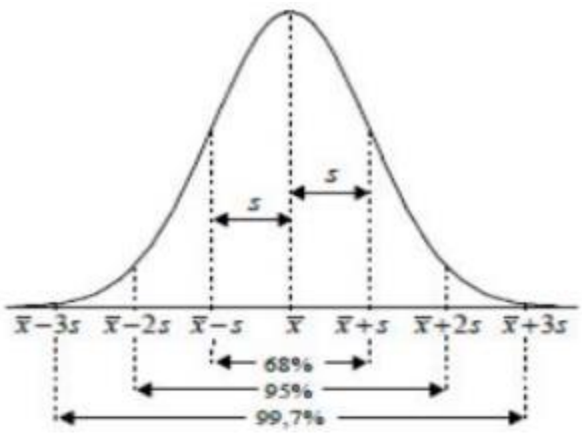
Δ1. Για να ορίζεται η συνάρτηση f πρέπει $x+1\neq0 \Leftrightarrow x\neq-1$, επομένως $A_f=\mathbb{R}-\{-1\}$

$$f'(x)=\frac{(x)'\cdot(x+1)-x(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{x+1-x}{(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$$

Δ2. $f'(2)=\dfrac{1}{(2+1)^2}=\dfrac{1}{9}, f'(1)=\dfrac{1}{(1+1)^2}=\dfrac{1}{4}$

Άρα $\bar{x}=\dfrac{1}{f'(2)}=\dfrac{1}{\frac{1}{9}}=9, s=\dfrac{1}{2f'(1)}=\dfrac{1}{2\cdot\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}=2$

Δ3.



Εφόσον οι παρατηρήσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή το ποσοστό των ατόμων που έχουν χρόνο επιστροφής από 5 έως 11 λεπτά είναι το 81,5%, επομένως : $\dfrac{81,5}{100}\cdot2000=1630$ άτομα

Ενώ το ποσοστό των ατόμων που έχουν χρόνο επιστροφής πάνω από 15 λεπτά είναι το 0,15%, δηλαδή:

$$\frac{0,15}{100}\cdot 2000=3\text{ άτομα}$$

Δ4. Αν ο χρόνος επιστροφής των μαθητών αυξηθεί κατά 3 λεπτά τότε όλες οι νέες παρατηρήσεις που θα προκύψουν είναι της μορφής $y_i = x_i + 3$ συνεπώς

$\bar{y}=\bar{x}+3=9+3=12$ ενώ $s_y = s_x = 2$